

## Основные геометрические построения

### 5.1. Отрезки прямых, перпендикуляры и углы

### 5.2. Касательные, дуги окружности, многоугольники

### 5.3. Вписанные и описанные окружности для треугольников, центр окружности, эллипс

## 5. Основные геометрические построения

Геометрические построения с линейкой и циркулем относятся к построению геометрических фигур и определению их элементов с использованием только неградуированной линейки и циркуля. Эти инструменты являются самыми простыми, но с их помощью мы можем делать точные построения.

### 5.1. Отрезки прямых, перпендикуляры и углы

#### Параллель прямой (рис. 5.1)

*Дано: Прямолинейный отрезок  $AB$  и точка  $P$ , через которую надо прочертить параллельную прямую  $g'$*

1. Дуга с радиусом  $r$  из точки  $A$  пересекает прямую в точке  $C$ .
2. Дуга с радиусом  $r$  из точки  $P$ .
3. Дуга с радиусом  $r$  из точки  $C$  пересекает прямую в точке  $D$ .
4. Через точки  $P$  и  $D$  прокладываем прямую  $g$ , параллельную  $AB$ .

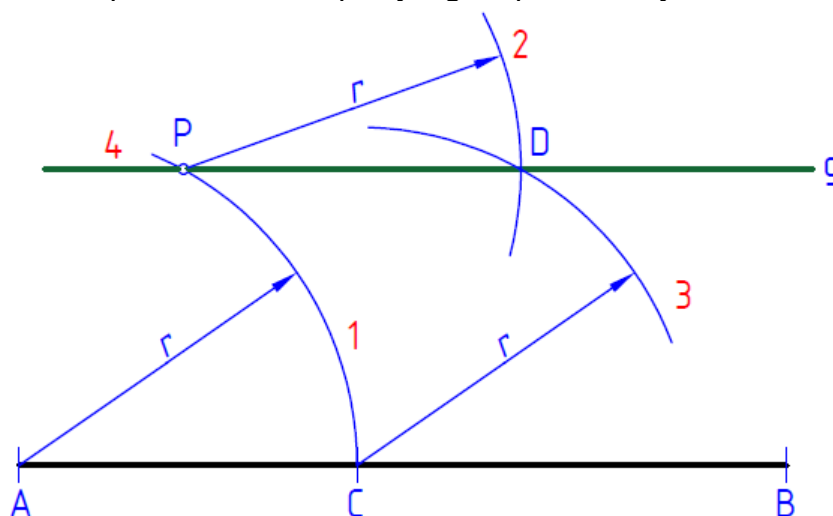


Рис. 5.1 Прямая, параллельная имеющейся

### Построение медиатрисы отрезка (рис.5.2)

Дано: Прямолинейный отрезок  $AB$

1. Дуга 1 с радиусом  $r$  из точки  $A$ ;  $r > (1/2) AB$ .
2. Дуга 2 с радиусом, равным  $r$ , из точки  $B$ .
3. Прямая, соединяющая точки пересечения дуг 1 и 2, делит отрезок  $AB$  на две равные части, перпендикулярна ему и является его медиатрисой.

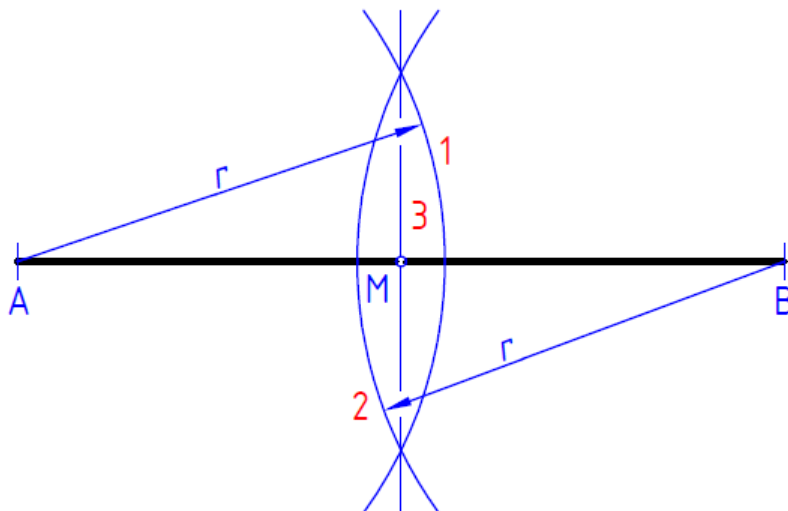


Рис. 5.2 Построение медиатрисы отрезка

### Построение перпендикуляра к прямой через заданную точку (рис. 5.3)

Дано: прямая  $g$  и точка  $P$

1. Дуга произвольного радиуса из точки  $P$  пересекается с прямой в точках  $A$  и  $B$ .
2. Дуга 2 с радиусом  $r$  из точки  $A$ ; радиус  $r > (1/2) AB$ .
3. Дуга 3 с радиусом, равным  $r$ , из точки  $B$  (при пересечении дуг 2 и 3 получаем точку  $C$ ).
4. Соединяя точку пересечения  $C$  с точкой  $P$ , получаем желаемый перпендикуляр.

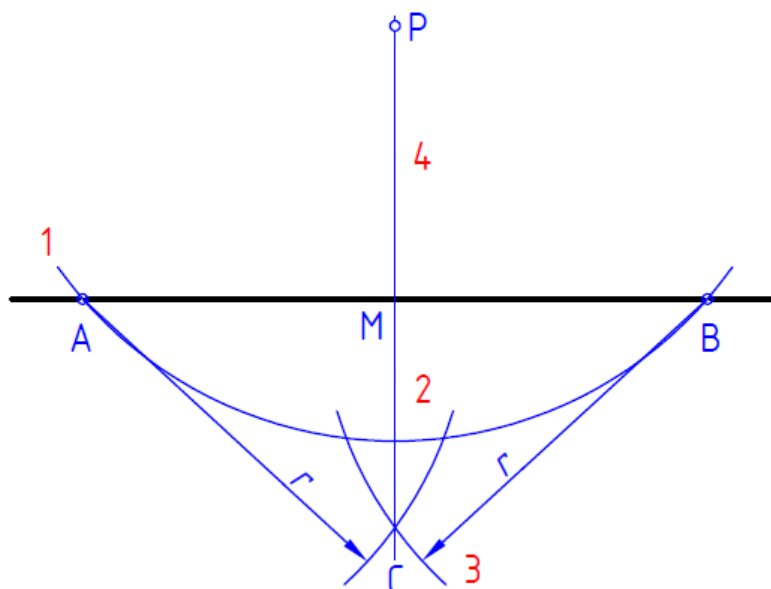


Рис. 5.3. Построение перпендикуляра к прямой через заданную точку

### Построение перпендикуляра из заданной точки на прямой (рис. 5.4)

Дано: прямая  $g$  и точка  $P$

1. Дуга 1 произвольного радиуса  $r$  из точки  $P$  пересекается с прямой в точке  $A$ .
2. Дуга 2 с радиусом, равным  $r$ , из точки  $A$ , пересекается с дугой 1 в точке  $B$ .
3. Дуга 3 с радиусом, равным  $r$ , из точки  $B$ .
4. Построение прямой через точки  $A$  и  $B$ ; при продлении эта прямая пересекается с дугой 3 в точке  $C$ .
5. Строим перпендикуляр к точке  $C$  к точке  $P$ .

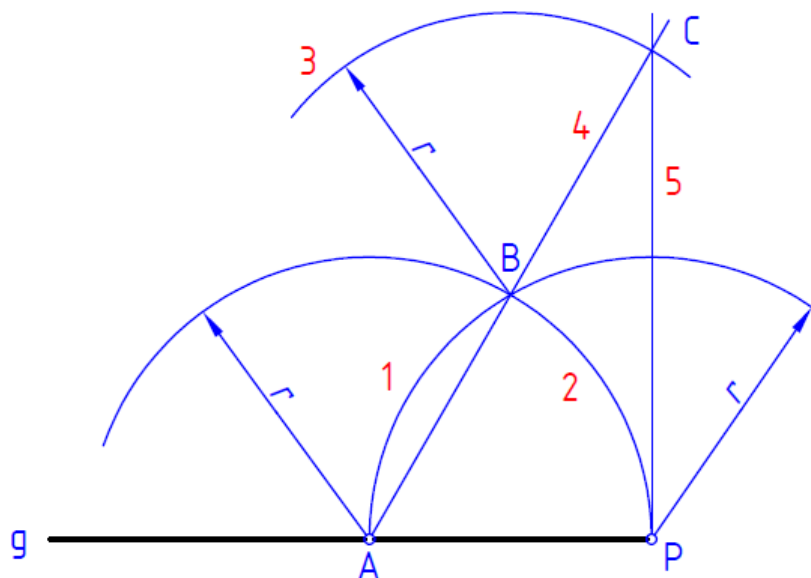


Рис. 5.4. Построение перпендикуляра из заданной точки на прямой

### Биссектриса угла (рис. 5.5)

Дано: угол  $\alpha$

1. Дуга 1 произвольного радиуса из точки  $S$  пересекается со сторонами угла в точках  $A$  и  $B$ .
2. Дуга 2 с радиусом  $r$  из точки  $A$ ; радиус  $r > (1/2) AB$ .
3. Дуга 3 с радиусом, равным  $r$ , из точки  $B$ , пересекается с дугой 2 в точке  $C$ .
4. Соединяя точку пересечения  $C$  с точкой  $S$ , получаем желаемую биссектрису.

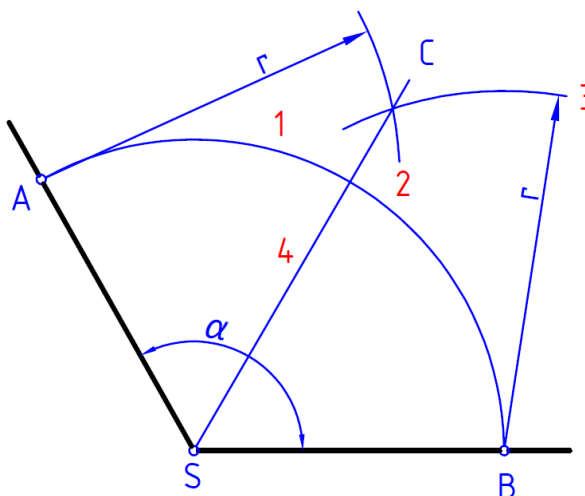


Рис. 5.5. Биссектриса угла

### Деление отрезка на равные части (рис. 5.6)

Дано: отрезок  $AB$ , который нужно разделить на 7 равных частей.

1. Строим прямую  $g$  через точку  $A$  под любым желаемым углом.
2. При помощи циркуля последовательно откладываем 7 равных отрезков на прямой  $g$  от точки  $A$ .
3. Строим прямую через точки  $7'$  и  $B$ ;
4. Строим прямые, параллельные  $7'B$  через другие точки деления.

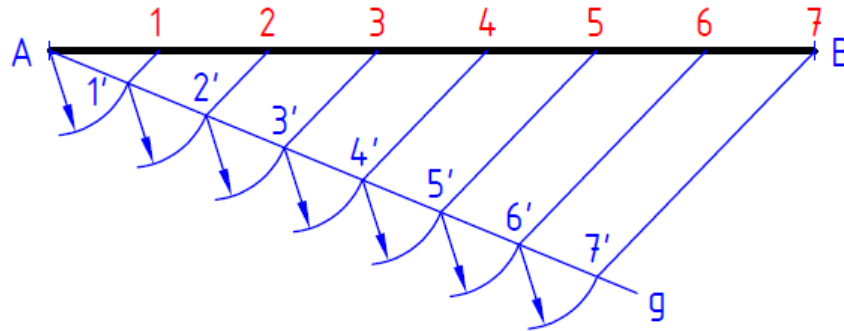


Рис. 5.6. Деление отрезка на равные части

### 5.2. Касательные, дуги окружности, многоугольники

#### Касательная к окружности в точке $P$ (рис. 5.7)

Дано: окружность с центром  $M$  и точка  $P$

1. Строим прямую через точки  $M$  и  $P$ .
2. Дуга произвольного радиуса из точки  $P$  пересекается с прямой в точках  $A$  и  $B$ .
3. Дуги с равным радиусом из точек  $A$  и  $B$  пересекаются в точках  $C$  и  $D$ .
4. Прямая, проходящая через  $C$  и  $D$ , перпендикулярна  $PM$ .

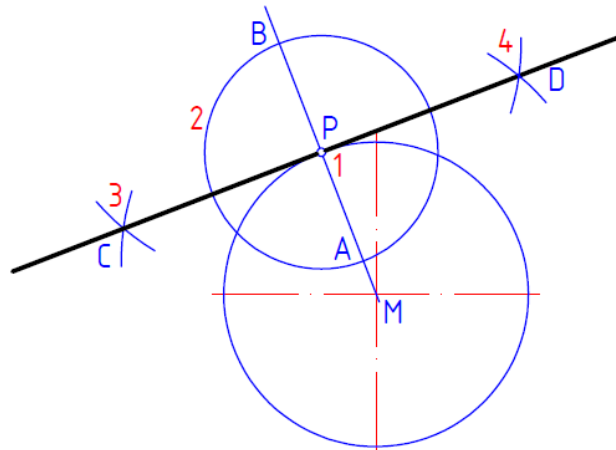


Рис. 5.7. Касательная к окружности в точке  $P$

### Касательная к окружности, проходящая через точку Р (рис. 5.8)

Дано: окружность с центром М и точка Р

1. Вычерчивание отрезка МР. Точка А – это середина отрезка.
2. Дуга из точки А, с радиусом  $r = AM$ , пересекается с окружностью в точке Т.
3. Построение прямой, проходящей через точку касания Т и точку Р.
4. РТ перпендикулярна МТ.

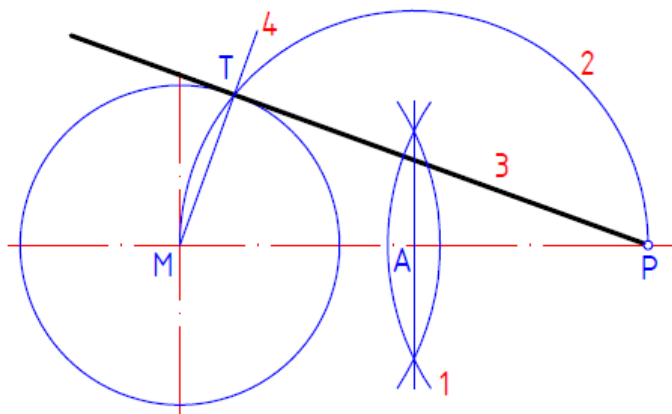


Рис. 5.8. Касательная к окружности, проходящая через точку Р

### Соединение двух сходящихся прямых (рис. 5.9)

Дано: 2 сходящихся прямые, образующие угол ASB и радиус соединения  $r$ .

1. Построение прямых, параллельных AS и BS, на расстоянии  $r$  от них. Эти параллели пересекаются в точке М, которая является искомым центром дуги окружности радиуса  $r$ .
2. Точки пересечения перпендикуляров из М с отрезками AS и BS являются точками перехода С и D для дуги.

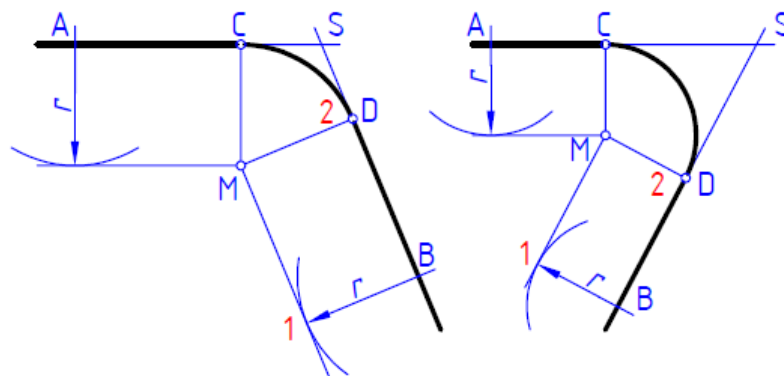


Рис. 5.9. Соединение двух сходящихся прямых

### Внутреннее и внешнее соединение двух окружностей (рис. 5.10)

Дано: Окружность 1 с радиусом  $r_1$  и окружность 2 с радиусом  $r_2$ ; радиусы  $R_i$  и  $R_e$

1. Окружность из точки  $M_1$  с радиусом  $R_i + r_1$ .
2. Окружность из точки  $M_2$  с радиусом  $R_i + r_2$  он пересекается с 1 в точке А.
3. Соединяя  $M_1$  и  $M_2$  с А, получаем точки контакта В и С для внутреннего радиуса  $R_i$ .
4. Окружность из точки  $M_1$ , с радиусом  $R_e - r_1$ .
5. Окружность из точки  $M_2$  с радиусом  $R_e - r_2$  в сочетании с шагом 4 создает точку пересечения D.
6. Соединяя  $M_1$  и  $M_2$  с D, получаем точки контакта Е и F для внешнего радиуса  $R_e$ .

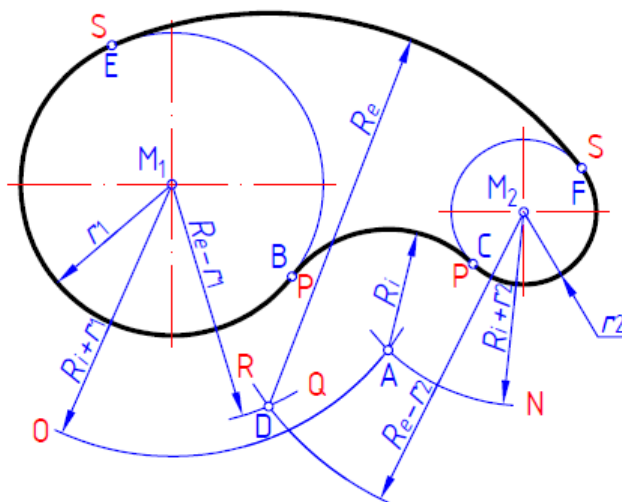


Рис. 5.10 Внутреннее и внешнее соединение двух окружностей

### Правильный вписанный многоугольник (например, пятиугольник) (рис. 5.11)

Дано: Окружность диаметром  $d$

1. Деление отрезка АВ на 5 равных частей.
2. Дуга с центром в точке А и радиусом  $r = AB$  образует точки С и D.
3. Вычерчивание лучей от С и D к 1, 3 и т.д. (все нечетные числа). Точки пересечения лучей с окружностью представляют искомые точки вершин пятиугольника. Для многоугольников с четным числом углов, С и D соединяются с 2, 4, 6 и т.д. (все четные числа).

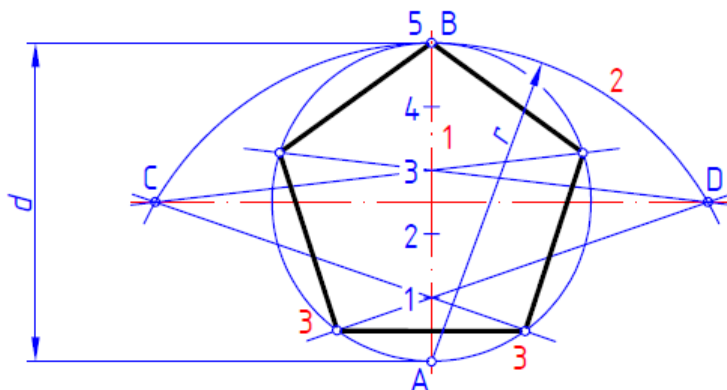


Рис. 5.11 Правильный вписанный многоугольник

### Вписанный шестиугольник, додекагон (рис. 5.12)

Дано: Окружность диаметром  $d$

1. Дуга из точки A с радиусом  $r = d/2$ .
2. Дуга из точки B с радиусом  $r$ .
3. Соединительные линии образуют шестиугольник. Для додекагона определяются также промежуточные точки, включая пересечения в точках C и D.

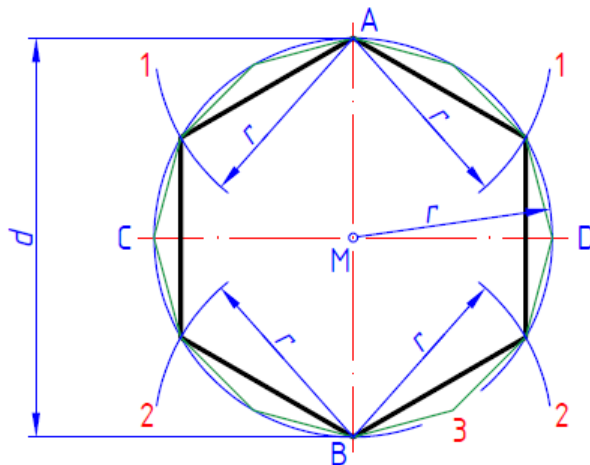


Рис. 5.12 Вписанный шестиугольник, додекагон

### 5.3. Вписанные и описанные окружности для треугольников, центр окружности, эллипс, спираль

#### Окружность, вписанная в треугольник (рис. 5.13)

Дано: треугольник

1. Построение биссектрисы угла  $\alpha$ .
2. Построение биссектрисы  $\beta$  (пересечение в точке M).
3. Вписанная окружность имеет центр в точке M.

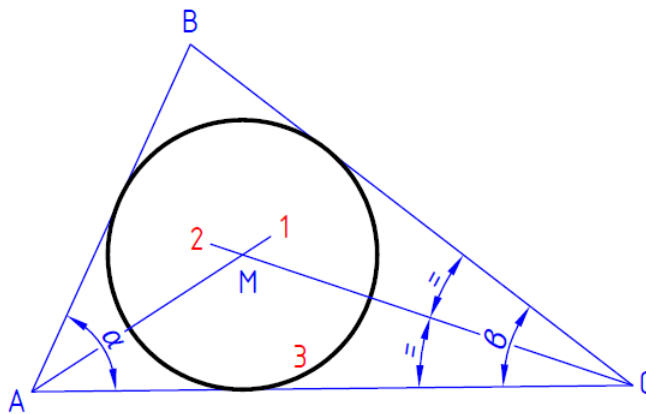


Рис. 5.13 Окружность, вписанная в треугольник

### Окружность, описанная около треугольника (рис. 5.14)

Дано: треугольник

1. Построение медиатрисы отрезка АВ.
2. Построение медиатрисы отрезка ВС.
3. Медиатрисы отрезков пересекаются в точке М, определяя центр искомой окружности.

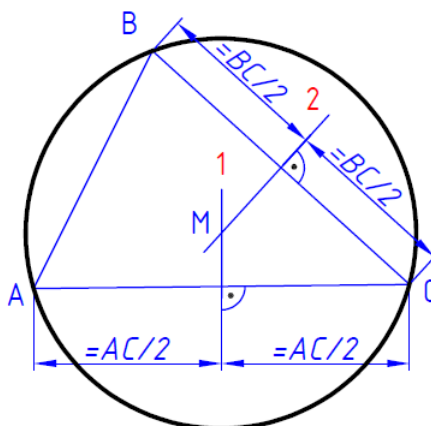


Рис. 5.14 Окружность, описанная около треугольника

### Нахождение центра окружности (рис. 5.15)

Дано: Окружность

1. Прочерчивание любой прямой а, которая будет пересекать окружность в точках А и В.
2. Произвольная прямая b, перпендикулярная прямой а, пересекает окружность в точках С и D.
3. Построение медиатрис отрезка АВ и CD.
4. Медиатрисы отрезков пересекаются в точке М, определяя искомый центр окружности.

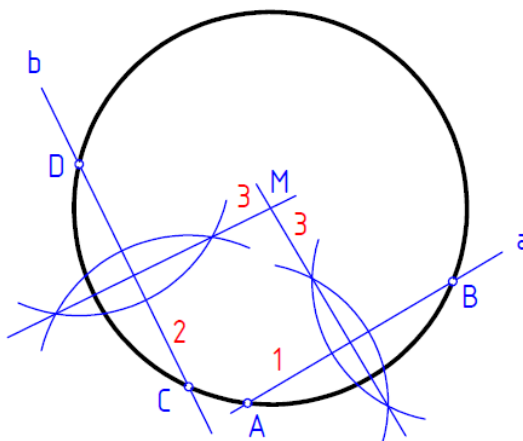


Рис. 5.15 Нахождение центра окружности



### Построение эллипса из двух окружностей (рис. 5.16)

Дано: Оси  $AB$  и  $CD$

1. Из точки  $M$  прочерчены две окружности с диаметрами  $AB$  и  $CD$ .
2. Прочерчивание нескольких лучей через  $M$ , которые пересекают обе окружности ( $E$ ,  $F$ ).
3. Построение параллелей с двумя основными осями  $AB$  и  $CD$  через  $E$  и  $F$ . Точки пересечения являются точками на эллипсе.

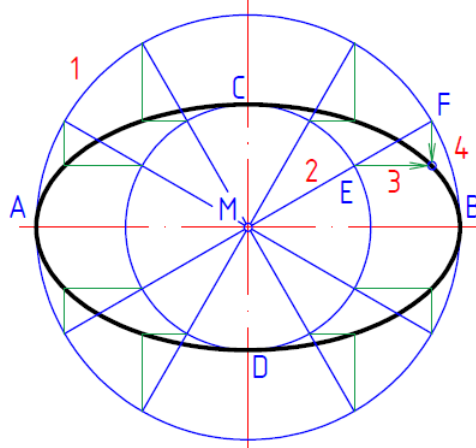


Рис. 5.16 Построение эллипса из двух окружностей