

Основные геометрические построения

- 5.1. Отрезки прямых, перпендикуляры и углы
- 5.2. Касательные, дуги окружности, многоугольники
- 5.3. Вписанные и описанные окружности для треугольников, центр окружности, эллипс

5. Основные геометрические построения

Геометрические построения с линейкой и циркулем относятся к построению геометрических фигур и определению их элементов с использованием только неградуированной линейки и циркуля. Эти инструменты являются самыми простыми, но с их помощью мы можем делать точные построения.

5.1. Отрезки прямых, перпендикуляры и углы

Параллель прямой (рис. 5.1)

Дано: Прямолинейный отрезок AB и точка P , через которую надо прочертить параллельную прямую g'

1. Дуга с радиусом r из точки A пересекает прямую в точке C .
2. Дуга с радиусом r из точки P .
3. Дуга с радиусом r из точки C пересекает прямую в точке D .
4. Через точки P и D прокладываем прямую g' , параллельную AB .

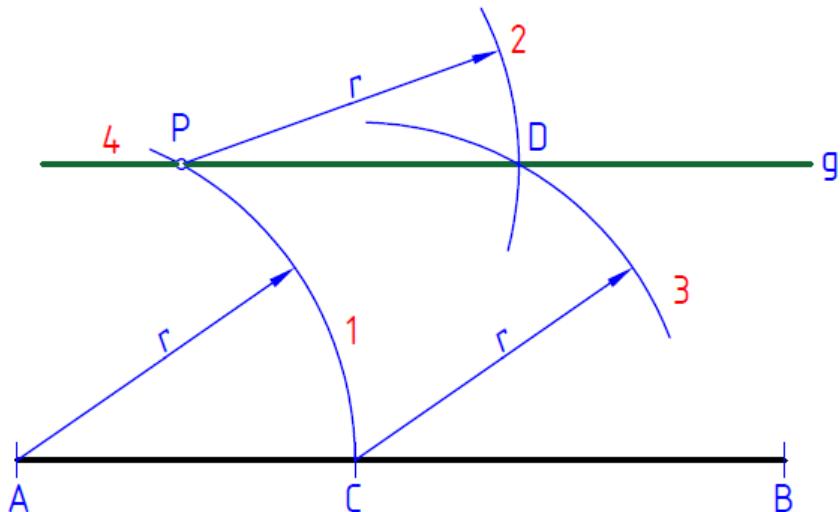


Рис. 5.1 Прямая, параллельная имеющейся

Построение медиатрисы отрезка (рис.5.2)

Дано: Прямолинейный отрезок АВ

1. Дуга 1 с радиусом r из точки А; $r > (1/2) AB$.
2. Дуга 2 с радиусом, равным r , из точки В.
3. Прямая, соединяющая точки пересечения дуг 1 и 2, делит отрезок АВ на две равные части, перпендикулярна ему и является его медиатрисой.

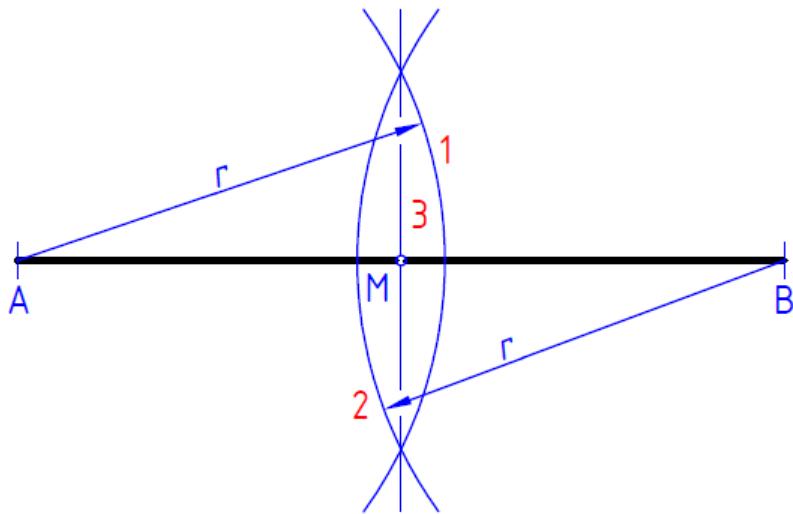


Рис. 5.2 Построение медиатрисы отрезка

Построение перпендикуляра к прямой через заданную точку (рис. 5.3)

Дано: прямая g и точка Р

1. Дуга произвольного радиуса из точки Р пересекается с прямой в точках А и В.
2. Дуга 2 с радиусом r из точки А; радиус $r > (1/2) AB$.
3. Дуга 3 с радиусом, равным r , из точки В (при пересечении дуг 2 и 3 получаем точку С).
4. Соединяя точку пересечения С с точкой Р, получаем желаемый перпендикуляр.

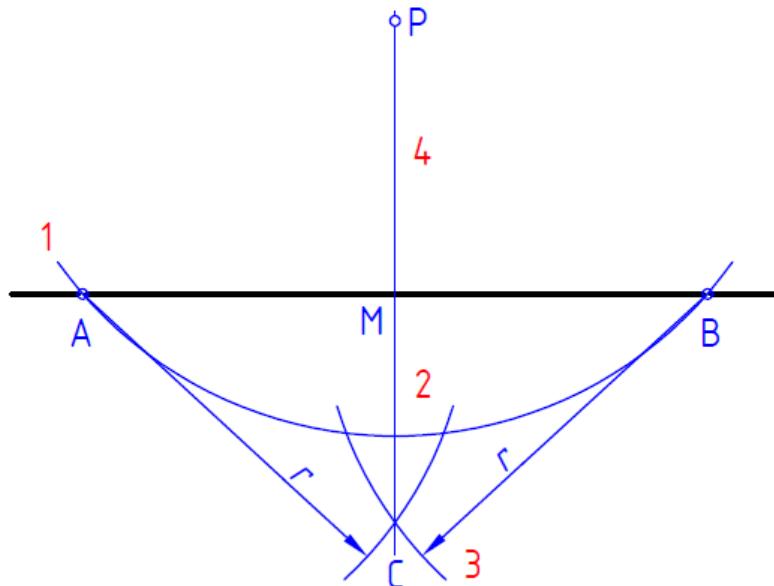


Рис. 5.3. Построение перпендикуляра к прямой через заданную точку

Построение перпендикуляра из заданной точки на прямой (рис. 5.4)

Дано: прямая g и точка P

1. Дуга 1 произвольного радиуса r из точки P пересекается с прямой в точке А.
2. Дуга 2 с радиусом, равным r , из точки А, пересекается с дугой 1 в точке В.
3. Дуга 3 с радиусом, равным r , из точки В, пересекается с дугой 2 в точке С.
4. Построение прямой через точки А и В; при продлении эта прямая пересекается с дугой 3 в точке С.
5. Строим прямую к точке С к точке Р.

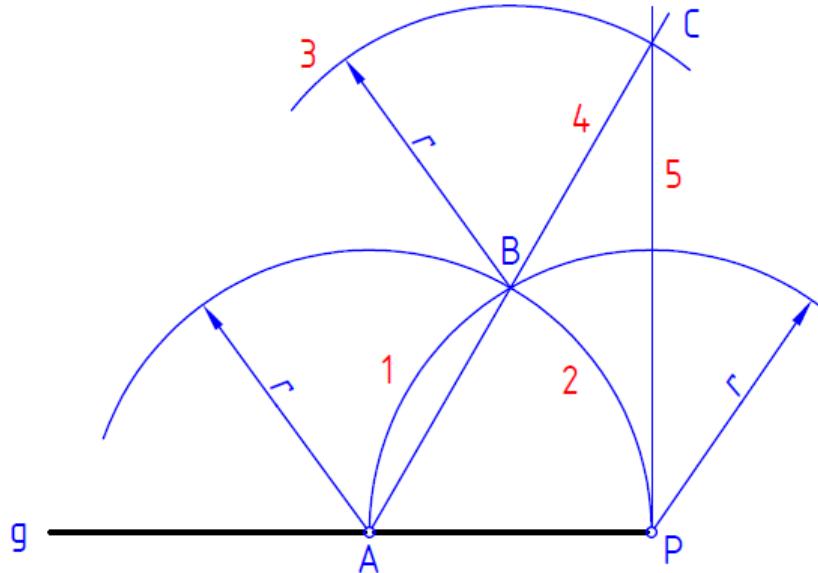


Рис. 5.4. Построение перпендикуляра из заданной точки на прямой

Биссектриса угла (рис. 5.5)

Дано: угол α

1. Дуга 1 произвольного радиуса из точки S пересекается со сторонами угла в точках А и В.
2. Дуга 2 с радиусом r из точки А; радиус $r > (1/2) AB$.
3. Дуга 3 с радиусом, равным r , из точки В, пересекается с дугой 2 в точке С.
4. Соединяя точку пересечения С с точкой S, получаем желаемую биссектрису.

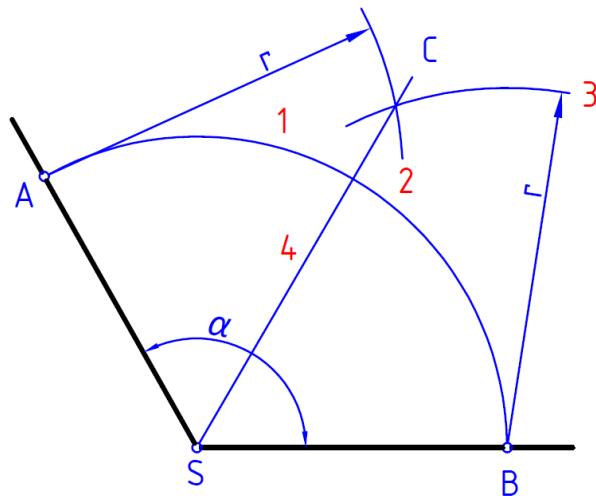


Рис. 5.5. Биссектриса угла

Деление отрезка на равные части (рис. 5.6)

Дано: отрезок АВ, который нужно разделить на 7 равных частей.

1. Строим прямую g через точку А под любым желаемым углом.
2. При помощи циркуля последовательно откладываем 7 равных отрезков на прямой g от точки А.
3. Строим прямую через точки $7'$ и В;
4. Строим прямые, параллельные $7'В$ через другие точки деления.

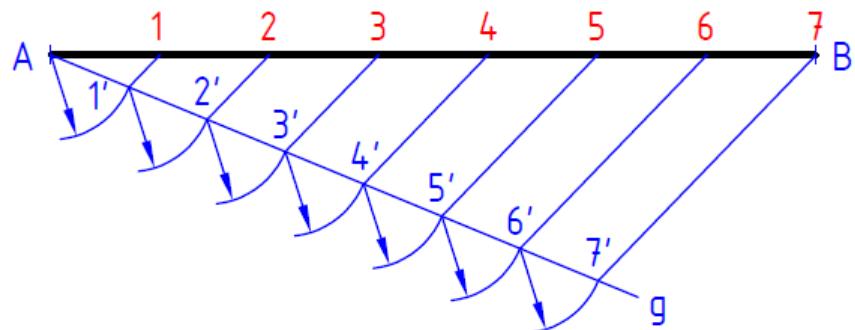


Рис. 5.6. Деление отрезка на равные части

5.2. Касательные, дуги окружности, многоугольники

Касательная к окружности в точке Р (рис. 5.7)

Дано: окружность с центром М и точка Р

1. Строим прямую через точки М и Р.
2. Дуга произвольного радиуса из точки Р пересекается с прямой в точках А и В.
3. Дуги с равным радиусом из точек А и В пересекаются в точках С и D.
4. Прямая, проходящая через С и D, перпендикулярна РМ.

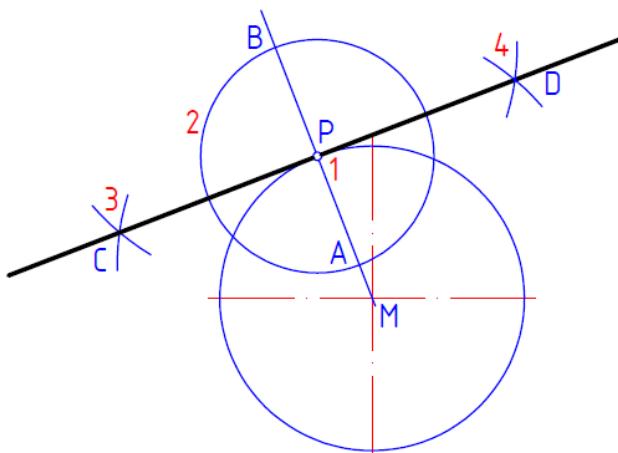


Рис. 5.7. Касательная к окружности в точке Р

Касательная к окружности, проходящая через точку Р (рис. 5.8)

Дано: окружность с центром М и точка Р

1. Вычерчивание отрезка МР. Точка А – это середина отрезка.
2. Дуга из точки А, с радиусом $r = AM$, пересекается с окружностью в точке Т.
3. Построение прямой, проходящей через точку касания Т и точку Р.
4. РТ перпендикулярна МТ.

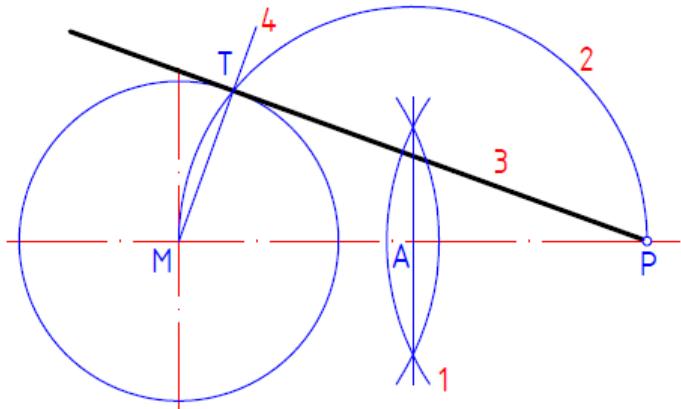


Рис. 5.8. Касательная к окружности, проходящая через точку Р

Соединение двух сходящихся прямых (рис. 5.9)

Дано: 2 сходящихся прямые, образующие угол ASB и радиус соединения r .

1. Построение прямых, параллельных AS и BS, на расстоянии r от них. Эти параллели пересекаются в точке М, которая является искомым центром дуги окружности радиуса r .
2. Точки пересечения перпендикуляров из М с отрезками AS и BS являются точками перехода С и D для дуги.

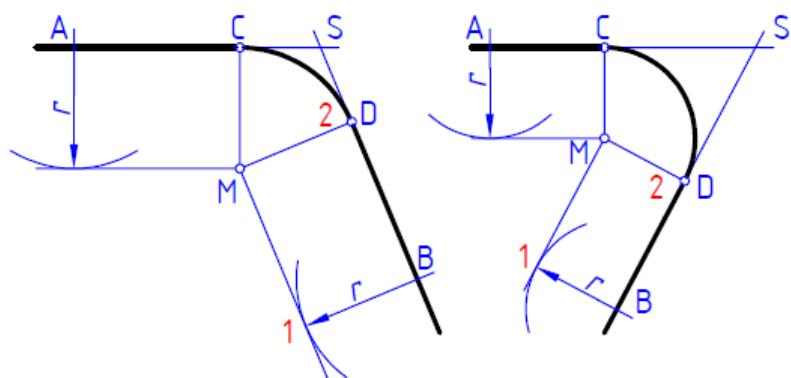


Рис. 5.9. Соединение двух сходящихся прямых

Внутреннее и внешнее соединение двух окружностей (рис. 5.10)

Дано: Окружность 1 с радиусом r_1 и окружность 2 с радиусом r_2 ; радиусы R_i и R_e

1. Окружность из точки M_1 с радиусом $R_i + r_1$.
2. Окружность из точки M_2 с радиусом $R_i + r_2$ он пересекается с 1 в точке А.
3. Соединяя M_1 , и M_2 с А, получаем точки контакта В и С для внутреннего радиуса R_i .
4. Окружность из точки M_1 , с радиусом $R_e - r_1$.
5. Окружность из точки M_2 с радиусом $R_e - r_2$ в сочетании с шагом 4 создает точку пересечения D.
6. Соединяя M_1 , и M_2 с D, получаем точки контакта Е и F для внешнего радиуса R_e .

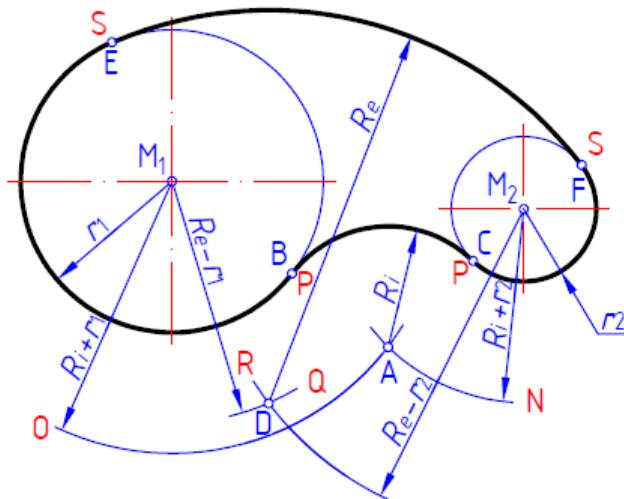


Рис. 5.10 Внутреннее и внешнее соединение двух окружностей

Правильный вписанный многоугольник (например, пятиугольник) (рис. 5.11)

Дано: Окружность диаметром d

1. Деление отрезка АВ на 5 равных частей.
2. Дуга с центром в точке А и радиусом $r = AB$ образует точки С и D.
3. Вычерчивание лучей от С и D к 1, 3 и т.д. (все нечетные числа). Точки пересечения лучей с окружностью представляют искомые точки вершин пятиугольника. Для многоугольников с четным числом углов, С и D соединяются с 2, 4, 6 и т.д. (все четные числа).

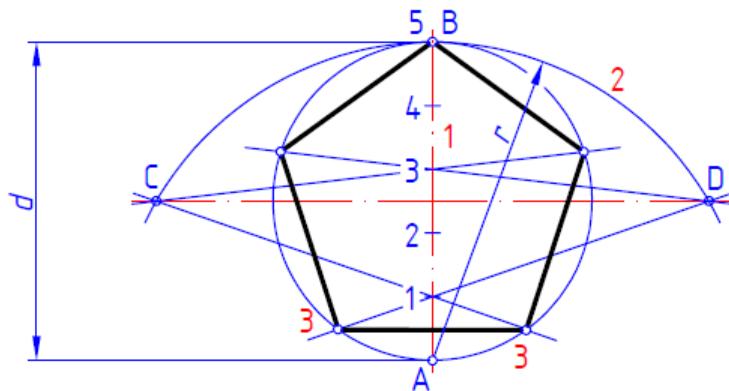


Рис. 5.11 Правильный вписанный многоугольник

Вписанный шестиугольник, додекагон (рис. 5.12)

Дано: Окружность диаметром d

1. Дуга из точки А с радиусом $r = d/2$.
2. Дуга из точки В с радиусом r .
3. Соединительные линии образуют шестиугольник. Для додекагона определяются также промежуточные точки, включая пересечения в точках С и D.

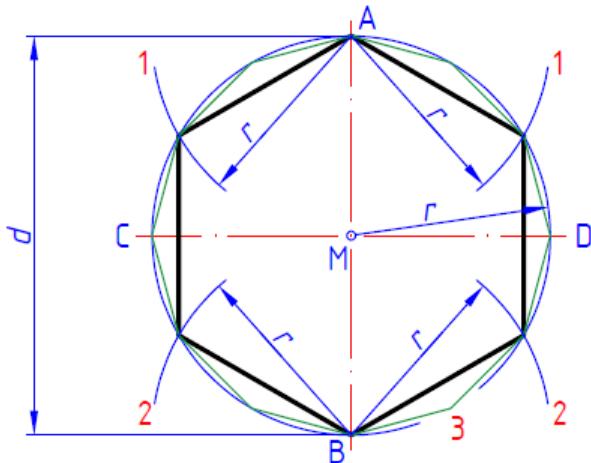


Рис. 5.12 Вписанный шестиугольник, додекагон

5.3. Вписаные и описанные окружности для треугольников, центр окружности, эллипс, спираль

Окружность, вписанная в треугольник (рис. 5.13)

Дано: треугольник

1. Построение биссектрисы α .
2. Построение биссектрисы β (пересечение в точке М).
3. Вписанная окружность имеет центр в точке М.

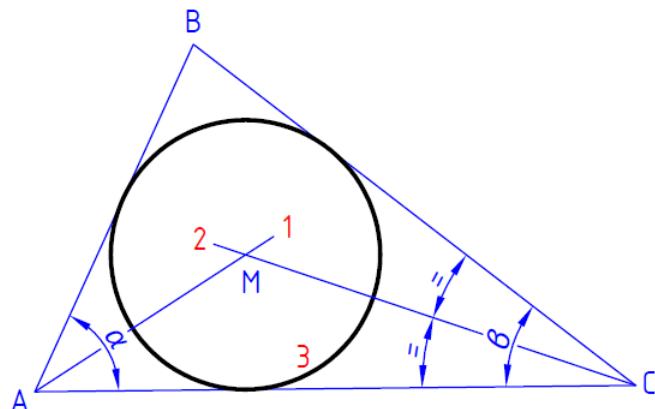


Рис. 5.13 Окружность, вписанная в треугольник

Окружность, описанная около треугольника (рис. 5.14)

Дано: треугольник

1. Построение медиатрисы отрезка АВ.
2. Построение медиатрисы отрезка ВС.
3. Медиатрисы отрезков пересекаются в точке М, определяя центр искомой окружности.

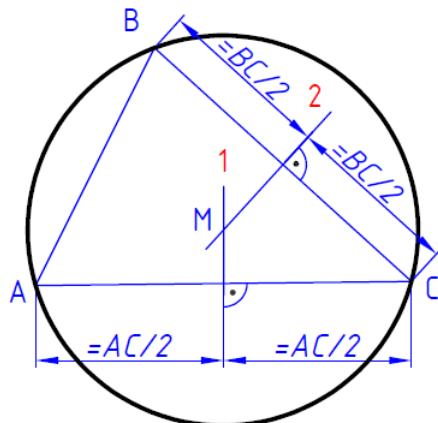


Рис. 5.14 Окружность, описанная около треугольника

Нахождение центра окружности (рис. 5.15)

Дано: Окружность

1. Прочерчивание любой прямой a , которая будет пересекать окружность в точках А и В.
2. Произвольная прямая b , перпендикулярная прямой a , пересекает окружность в точках С и D.
3. Построение медиатрис отрезка АВ и СD.
4. Медиатрисы отрезков пересекаются в точке М, определяя искомый центр окружности.

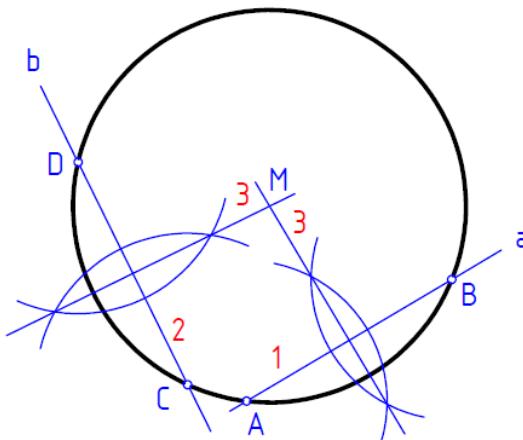


Рис. 5.15 Нахождение центра окружности

Построение эллипса из двух окружностей (рис. 5.16)

Дано: Оси AB и CD

1. Из точки M прочерчены две окружности с диаметрами AB и CD .
2. Прочерчивание нескольких лучей через M , которые пересекают обе окружности (E, F).
3. Построение параллелей с двумя основными осями AB и CD через E и F . Точки пересечения являются точками на эллипсе.

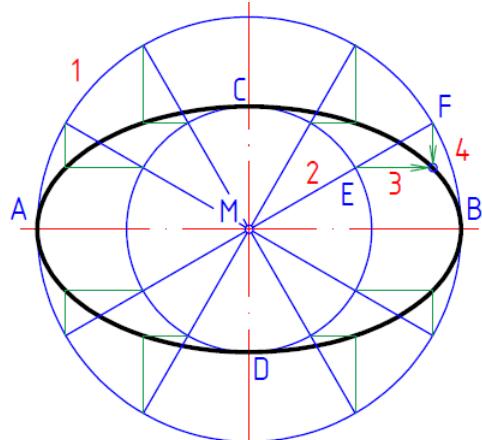


Рис. 5.16 Построение эллипса из двух окружностей